

空間把握力の分析に基づく幼児教育の在り方 － 数学の力に影響を及ぼす一要因、空間把握力 －

How to Preserve Early Childhood based on Analysis of Space Grasping Ability

－ One Factor Influencing the Power of Mathematics, Space Grasping Ability －

川 田 治*

Osamu KAWADA

要 約

空間把握力とは、2次元でとらえた情報、つまり平面での情報を頭の中で3次元に再構築する力である。空間把握力がある幼児は、将来数学においても力を発揮すると言われている。本研究では、数学ができることと空間把握力が高いことには相関があるという仮説をたて、実際に高校生に対して空間把握力を試すテストとアンケートを実施して、数学の力との相関を調べた。その結果、有意性が示され、数学ができるための一要因に空間把握力を挙げることができると言えた。

さらに、幼児期において空間把握力をつけるための指導の在り方についての考察をし、幼児期の遊び経験、男女の遊びの差、楽しく遊んで学ぶなど、今後の指導に対しての示唆をあたえるものである。

Abstract

Space grasping ability is the force that reconstructs information captured in two dimensions, that is, information on a plane in three dimensions in the head, that is, a solid. It is said that young children with space grasping ability exert their power in mathematics in the future. In this research, we made an assumption that there is a correlation between mathematics and high space grasping ability, practice tests and questionnaires that high school students test space grasping power, and correlate with the power of mathematics was examined. As a result, it could be said that significance is indicated and space grasping ability can be cited as a factor for mathematics.

Furthermore, considering the way of guidance to attach space grasping ability in early childhood, it gives suggestions for future guidance such as play experience of early childhood, difference of play of men and women, learning by playing happily.

キーワード：

空間把握力、数学、幼児教育、相関関係

Key words：

space grasping ability, mathematics, early childhood, correlation

I. 緒言

高校で数学教師として長年指導してきたなかで、空間の問題は生徒にとって苦手な分野の1つである。数学Ⅲの範囲で積分を使って体積を求めた問題が、大学入試の2次試験にしばしば登場する。

一辺の長さが2の立方体を、中心を通る対角線のうちの一本を軸として回転させる。このとき立方体が通過する部分の体積を求めよ。
(京大)

*本学准教授

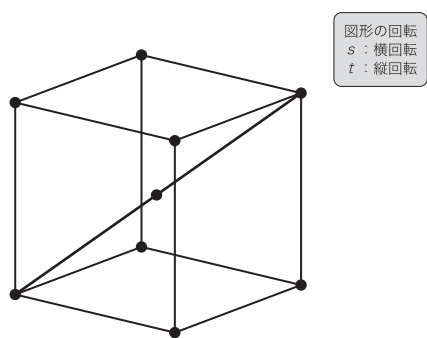


図1 立方体の図

図1で、軸の周りに回転させると、できる立体は図2のような曲面を含む立体となる。両側の円錐部分と、真ん中の曲面で囲まれた立体部分を分けて求める必要がある。その曲面を含む部分は、積分を使って体積を求めていくことになる。

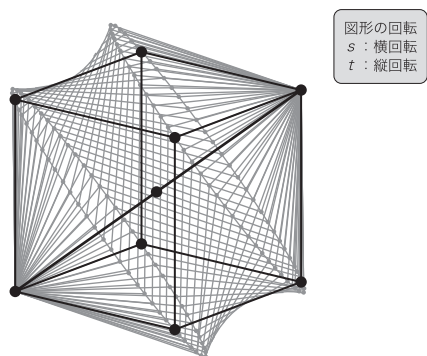


図2 回転させてできた立体の図

回転によってできる立体の形のイメージが、頭の中で出来ないと解くことができない。特に曲面になる部分が重要である。そのイメージ化が頭の中で出来るかどうか、問題が解けるか否かの鍵となる。ここでは、平面で与えられた図形を立体として頭の中でイメージする力が必要となるのである。空間把握力が問われることになる。

さらに、公務員試験でも空間把握力を問う問題は出題される。例えば次のような問題である。

1 辺が 1 cm の立方体がいっくつか組み合わされた図形がいっくつか与えられている。この中から表面積が最大になるものを選び。
(地方公務員試験)

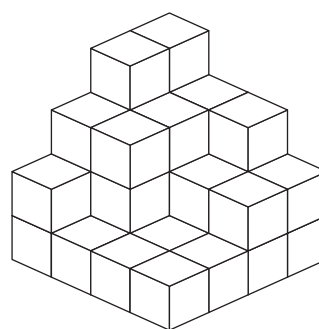


図3 立方体が組み合わされた図

例えば、図3のような図形がいっくつか与えられ、表面積が最大になるものを選びという問題である。

これを解くには、平面で与えられた図形から、実際の立体ではいくつの立方体があるのかを、つまり裏側にある見えていない立方体の数を頭の中でイメージしなければ解けない。

このように、大学入試や、公務員試験、就職適性検査 (SPI) などにおいて空間把握を試す問題は出題され、その力があるかないかが試される。さらに、小学校受験、中学校受験の入試問題にも空間把握の問題は出題されている。このように、空間把握力を試そうとする出題者の意図について考えてみる。

空間把握力を改めて定義をするなら、「空間把握力とは、2次元でとらえた情報、つまり平面上(紙面上)で与えられた情報を、頭の中で3次元に再構築する能力である」

数学だけではなく、多くの分野においても大切な能力であると考えられる。例えば、紙面で示された美しい風景の記述から、頭の中でその風景を創造力豊かにイメージできる能力である。物事を認識したり判断したりするのに空間把握力が必要である。このように、頭の中でイメージする能力が高ければ、様々な場面において活躍ができるであろうと考えられているのではないだろうか。これが様々な試験で空間把握力が試される理由であると考えられる。

数学ができるようになるには、この空間把握力が高いことと関係があるのではないかと。

仮説：数学ができる生徒は空間把握力も高い

という仮説を立てた。これは長年高校数学を教えずながらずっと思ってきたことである。数学の力と空間把握力に相関関係があることを明らかにし、数学ができるようになる力の一要因として、空間把握力を示すことができるのではないかと、有意性が示されるのではないかと考えた。

さらに、先行研究から次のことが挙げられる。空間感覚の得意な幼児が将来、数学においても力を発揮することは良く知られていると、渡辺は述べている。¹⁾

新生児には立体把握能力は無いが、徐々に発達してある年齢に達するとその能力はピークに達し、それから徐々に減退していくのではないかと、雨宮は述べている。²⁾

j・ピアジュの発達段階説では、前操作期から具体的操作期にあたる、幼児期から小学校在学期間に空間能力は大きく発達するものであると、山本は述べている。³⁾

ユネスコの「世界子供白書2001」では、子どもが3歳になるまでに脳の発達がほぼ完了する。シナプスによる接合が急速に拡大する。この時期に子どもがどのように発達するかが、後の学校での学業の成否を決め、青年期や成人期の性格を左右する。

平成21年の文部科学省の幼児教育課「幼児教育の無償化の論点」という論文では、就業前に適切な教育刺激を受けておかないと、その時期にしか発達しない能力が十分に発達しない。就学前における能力の発達があれば、就学後における教育の効果は大きくなる。さらに、大脳生理学によって、人間の脳は3歳までに80%、6歳までに90%、12歳までに100%完成することがわかってきていると言われている。これは、スキヤモンの発達曲線とバルレイの知能発達曲線からも読み取れる。

これらのことから、幼児期に空間把握力を鍛えることが大切で、幼児教育の重要性が確認できる。

したがって、高校生になって、空間の問題が解けないからと言ってその時に必死に練習しても解けるようにはなかなかならない、数学が不得意な生徒が、慌てて練習してもある段階以上になると伸び悩んでしまう、という筆者の経験から長年感

じてきたことが説明できる。このように空間把握力はある年齢で身に付けないと、身につかないのではないかと思うわけである。

以上のことから、

- ・数学の力と空間把握力との相関関係を明らかにし、数学ができる一要因としての空間把握力を示したい。
- ・幼児教育において、空間把握力をつけるためにはどのようにすればよいのかという、今後の指導をする上での何らかの示唆を与えることを示したい。

これが今回の研究を行うこととした理由である。

II. 方法

1. 調査対象、調査期間

調査対象は、高校生133名である。調査期間は2017年5月中旬から6月上旬に空間把握力を試すテストとアンケートを実施した。

また、数学力を示す点数は、高校にて実施している外部機関による模擬試験の数学の点数を用いた。2つのグループを次のように分けた。

外部機関による1～5の5段階で分けてあった分類を、以下の基準で1～2をA、3～5をBの2つに分類しなおした。

高群A：数学得点が高い生徒のグループ

4年制大学を一般試験で合格できる、公務員試験（高卒程度）の合格が目指せる

低群B：数学の得点が低い生徒のグループ

4年制大学を推薦試験で、短大、専門学校の合格が目指せる。就職が目指せる。

* 個人情報の扱いについては個人が特定できない等の最大の配慮を行った。

2. 手続

- ・3つのテストの結果を合計して、空間把握力の点数とした。
- ・男子と女子に分類して、データ解析を行った。

表1の歪度、尖度の値から、2つのデータは正規分布を成していると考えた。

次に、空間把握力の得点と数学の得点の相関について調べる。2つの量の相関図である。

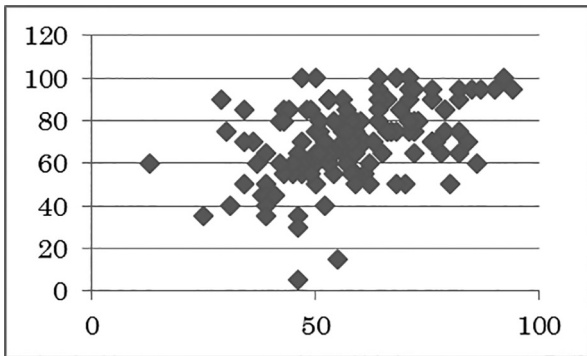


図6 空間把握力の得点と数学の得点の相関図

表2 空間把握力と数学の相関係数

	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.456479	1

表2より相関係数 $r = 0.456479$ は、0.4~0.7の中に該当し、「やや相関あり」といえる範囲にある。この相関係数が0.7以上であれば高い相関があると言えるが、この結果について今回は「t検定」を実施してその有意性を検定する。

「t検定」の実施

相関係数はnに影響されないため、「t検定」を行い、5%水準で有意な相関があるかどうかを判断する。次の確率統計量tを用いる。⁶⁾

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

n = 133としてtを求めると、
t = 5.76 となり、t分布表の5%水準の表から読み取った値1.978より大であるから、有意な相関があると判断してよい。(t分布表より)¹¹⁾

$$5.76 > 1.978$$

[2] 男子と女子の空間把握力について

先ほど述べた同様の方法で調べたところ、正規

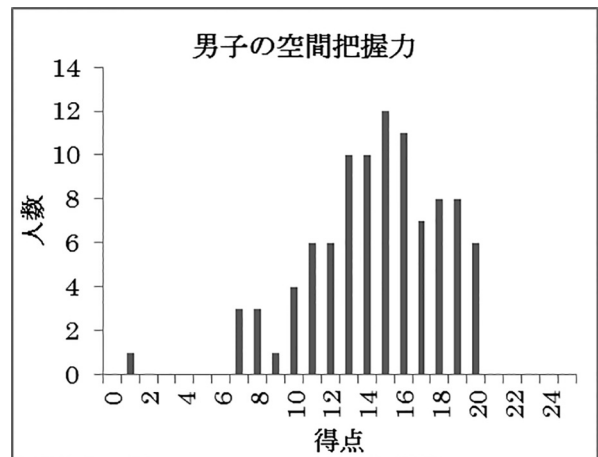


図7 男子の空間把握力のヒストグラム

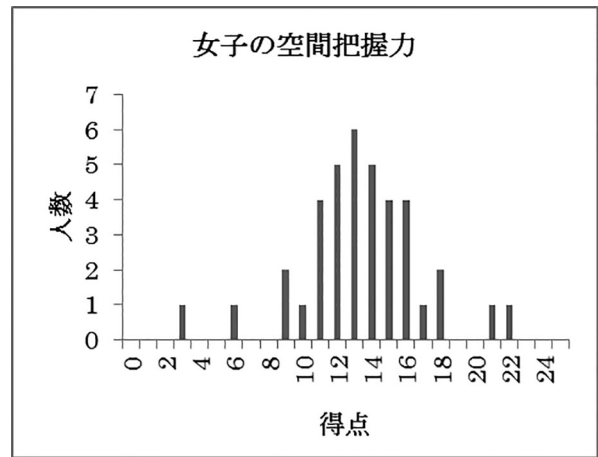


図8 女子の空間把握力のヒストグラム

分布であると考えられ、この2つの平均値、男子の平均値=14.47、女子の平均値=13.27に有意性があるかを検定する。それには、F検定、t検定を利用する。

「F検定」により2つの集団の分散が等しいかどうかを調べる。

表3 F検定

F検定	分散の検定	男子	女子
平均		14.47368	13.27027
分散		12.95409	12.53604
観測数		95	37
自由度		94	36
観測された分散比		1.033348	
P(F<=f) 片側		0.46962	
F境界値 片側		1.629244	

棄却率5% (0.05)

帰無仮説：分散に差がない

(1) $P < 0.05$ なら帰無仮説却下

$0.46 > 0.05$ である

(2) F 境界値 $<$ 分散比 なら帰無仮説却下

$1.62 > 1.03$ である

帰無仮説は却下できない。分散には差がないと言える。等分散を仮定した「 t 検定」に進む。

[t 検定]

表4 t - 検定: 等分散を仮定した2標本による検定

t -検定	男子	女子
平均	14.47368	13.27027
分散	12.95409	12.53604
観測数	95	37
プールされた分散	12.83832	
仮説平均との差異	0	
自由度	130	
t	1.733152	
$P(T < t)$ 片側	0.02136	
t 境界値 片側	1.323326	
$P(T < t)$ 両側	0.04272	
t 境界値 両側	1.656659	

棄却率 5% (0.05)

帰無仮説：平均に差がない

(1) $P <$ 棄却率の確率 0.05

$0.042 < 0.05$ である

(2) t 境界値 $<$ t の絶対値

$1.65 < 1.73$ である

2つのグループの平均に差がないという帰無仮説を却下する。つまり、2つのグループの平均は差があると言える。偶然に生ずる可能性が低いので、平均の差は有意性があると言え、男女の平均点の差があると考えてよい。

[3] アンケート結果と空間把握力との関係性

12の質問のアンケート (p.25 参照) の答えと、空間把握力3問の総合点、3問の個別の項目 (静止、移動、回転) との間に相関分析した結果である。表5については、特に注目する部分について着目をして、必要とする表の一部をのせた。

表5 アンケートと空間把握力との相関分析表の一部

	総合	静止	移動	回転	楽し	高校	中学	小学	遊び	イメ	結び	大切	解
総合	1												
静止	0.88	1											
移動	0.71	0.35	1										
回転	0.67	0.33	0.56	1									
楽し	0.88	0.69	0.65	0.75	1								
高校	0.15	0.27	-0.1	-0	0.26	1							
中学	0.54	0.53	0.3	0.29	0.62	0.78	1						
小学	0.67	0.49	0.65	0.49	0.66	0.4	0.6	1					
遊び	0.79	0.56	0.64	0.78	0.82	0.14	0.47	0.58	1				
イメ	0.64	0.44	0.59	0.58	0.66	0.35	0.42	0.81	0.59	1			
結び	0.26	0.32	0.22	-0.1	0.23	0.4	0.49	0.35	0	0.06	1		
大切	0.72	0.6	0.51	0.56	0.71	0.4	0.69	0.61	0.59	0.57	0.55	1	
解	0.58	0.29	0.69	0.61	0.73	0.33	0.43	0.74	0.62	0.84	0.1	0.38	1

総合点は、空間把握力3つテストの合計点、その中で、(空間把握力テストその1) は見えない部分の積木の数を数える問題 (静止問題)、(空間把握力テストその2) はサイコロを転がしながら移動させていく問題 (移動問題)、(空間把握力テストその3) は図形を軸の周りに回転させたらどのような立体ができるかという問題 (回転問題) である。

特に相関係数値が高い部分に着目する。

- ・「空間把握力の総合点」と「幼稚園・保育園の時、積木やブロック遊び、折り紙など空間をイメージする遊びは好きであった」(設問5) との相関係数値は高い。
- ・「空間把握力の総合点」と「空間の問題を考えることは楽しい」(設問1) との相関係数値は高い。
- ・「空間把握力の総合点」と「小学校の算数が得意であった」(設問4) との相関係数値は高い。
- ・逆に低いのは、「高校の数学が得意である」(設問2) との相関係数値は低い。
- ・空間把握の問題の中でも、回転させる空間把握力の問題 (空間把握力テストその3) と「空間の問題を考えることは楽しい」(設問1) 「幼稚園・保育園の時、積木やブロック遊び、折り紙など空間をイメージする遊びは好きであった」(設問5) との相関係数値が高い。

[4] 2つのグループ、高群Aと低群Bとの比較
 数学の得点によって、高群A（数学の得点の高いグループ）と低群B（数学の得点の低いグループ）の2つについての、散布図と相関係数である。

高群A（数学の得点の高いグループ）

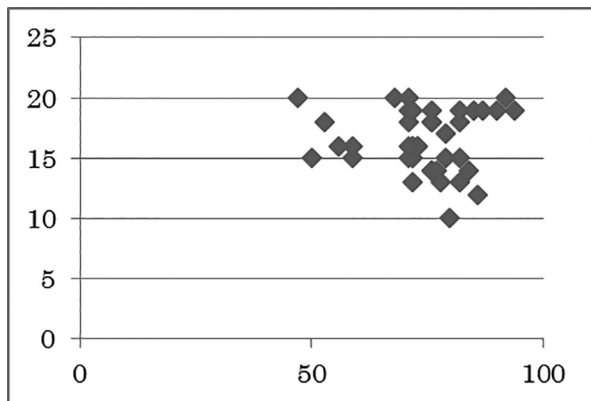


図9 高群Aの空間把握力と数学の相関図

表6 高群Aの空間把握力と数学の相関係数

	列1	列2
列1	1	
列2	-0.03302	1

低群B（数学の得点の低いグループ）について

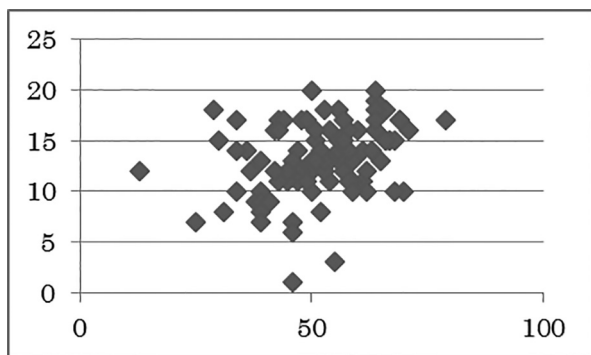


図10 低群Bの空間把握力と数学の相関図

表7 低群Bの空間把握力と数学の相関係数

	列1	列2
列1	1	
列2	0.310877	1

2つのグループは正規分布を成していないと考
 えられる。相関図と相関係数を求めてはみたが、

正規分布であるという前提条件をクリアしてい
 ないため、相関に関する分析はできない。

今回は平均値のみを使って分析する。

高群A（数学の得点の高いグループ）

数学得点の平均値 = 73.34

空間把握力得点の平均値 = 16.39

低群B（数学の得点の低いグループ）

数学得点の平均値 = 51.88

空間把握力得点の平均値 = 13.17

平均値の比較から、数学力が高ければ空間把握
 力も高い。高群Aの生徒で、数学力が高い生徒は
 空間把握力も満点近い点数を取っていることは個
 別データを見ることから言えた。

IV. 考察

Ⅲ. 結果の [1] ~ [3] の考察をする。

[1] 空間把握力と数学の相関についての考察

数学力と空間把握力には相関があると言える。

仮説：数学ができる生徒は空間把握力も高い
 という仮説は正しい。

つまり、数学ができるようになるためには、空
 間把握力が高いということが一つの要因として考
 えられることが推測できた。特に、個別の生徒を
 見た時、数学の得点が非常に高い生徒は、空間把
 握力の得点も満点近くを取っていることからもこ
 のことは言えると考えられる。

[2] 男子と女子の空間把握力についての考察

男子の平均値 = 14.47、女子の平均値 = 13.27 に
 有意性があると判断できた。これは、空間把握力
 について、男子の方が女子より得点が勝ってお
 り、男子の方が女子より空間把握力は高いと言
 える。これは、[3] アンケート結果の中にある、
 幼いころの遊びに関係するのではないかと。つ
 まり、男子の方が、積木やブロック遊びなどで遊
 ぶ機会が多いからではないかと。よって、男女の差
 については、好んで遊ぶ遊びの内容が関係してい
 ることも一つの要因ではないかと考えられる。

[3] アンケート結果と空間把握力との相関についての考察

- ・「幼稚園・保育園の時、積木やブロック遊び、折り紙など空間をイメージする遊びは好きであった」との高い相関があげられる。幼児期にどのような遊びをしたかが空間把握力に、さらには数学の力に影響を及ぼす一因となるのではないかという問題提起ができる。
- ・「空間の問題を考えることは楽しい」という生徒との相関についても高い相関がある。楽しいと感じられるということは、「さらに取り組もうという意欲」（設問9）にもつながり、楽しく取り組み、さらなる意欲に繋がるという要素が大切ではないかと推測できる。遊びを取り入れた幼児教育は好奇心に火がつき「やってみたい」「知りたい」という意欲が生まれる。また、「できた」と言う満足感から、さらに意欲は高まっていくと考えられる。
- ・「小学校の算数が得意であった」との相関係数値は高いことから、空間把握力の高い生徒は小学校までは算数が得意であり、その後は中学校・高校の数学が得意で進むのか、不得意で進むのかに分かれる可能性がある。その分かれ目について、どのような要素が影響するのかは興味深いことである。

[4] 2つのグループ、高群と低群との比較

高群A（数学の得点の高い）のグループは、空間把握力も高得点であったため、データが一部分に集中した。そのため、きれいな相関関係は出なかった。

今回は、平均値での分析のみとしたが、高群Aと低群Bの平均値の比較についての分析と、個別の生徒を見た時のデータの分析から、数学の得点と空間把握力の得点の関係があると言える。つまり、数学力が高い生徒は空間把握力の力も高いという[1]で述べた相関についてのことはさらに検証された。

V. 結論

- ・数学の力と空間把握力には相関関係があることがデータの示されたことで、空間把握力が高いことが、数学ができるようになるための一要因であると考えられる。
- ・空間把握力を幼児期から身に付けることが大切で、遊び、楽しさなどの要素を考慮した幼児教育の在り方を考えていくことが必要である。

VI. 今後の課題

今回の調査における限界について挙げられるものとして、次の点がある。

- ・母集団の数の問題。もっと大きな母集団を扱う。
 - ・数学ができるようになるためには、他にも様々な要素があるのではないかという点。
 - ・テストに取り組む生徒の集中力の差が、得点に影響しているかもしれない点。
- などである。

今回の研究をもとに今後の課題についていくつか挙げる。

- ・幼児がどのようにして空間でものを考える力を身に付けていくのか、どのような指導が助けとなるのかという課題。つまり、幼児が空間把握力を身につけるために、どの段階でどんな活動をさせると良いのかという、発達段階を踏まえた年齢ごとの指導の在り方。
- ・幼児期の空間把握力をつけさせる遊びとは、具体的にどのような遊びがあるのか。
- ・空間把握力に男女の差があることから、遊びの違いを考慮して積極的に空間把握力をつける遊びを取り入れ、取り組ませるにはどうすればよいのか。

今後は、園児に対する調査、保育者への調査、保護者へのアンケート、などを取り入れて今後の課題に取り組んでいきたい。

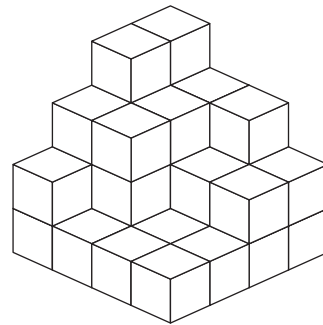
【参考文献】

- 1) 渡辺敏「幼児の立方体の構成と展開図の心理的操作に関する研究」実践女子大学紀要第 52 号、2015
- 2) 兩宮勇「空間・立体把握能力の世代別研究 1」椛山女学園大学研究論文第 40 号 (自然科学篇)、2009
- 3) 山本博和「空間表象能力の発達の基づく算数教育の在り方」関西福祉大学紀要第 16 の 2 号、2013
- 4) ユニセフ「世界子供白書 2001」
- 5) 「幼児教育の無償化の論点」平成 21 年度 3 月 30 日、文部科学省幼児教育課
- 6) 理論応用統計学、根岸卓郎、養賢堂 pp.391-394
- 7) 大宮明子「幼児期からの論理的思考の発達過程に関する研究」、風間書房
- 8) 「幼児の算数」国土社、遠山啓・栗原九十郎
- 9) 「空間を認識する力を育むための学習具開発に関する研究」澁谷久、日本数学教育学会誌 第 98 巻第 9 号 (2016 年)
- 10) 第 99 回全国算数・数学教育研究大会基調発表、本数学教育学会誌 第 98 巻第 12 号 (2016 年)
- 11) 公務員採用試験シリーズ・空間把握、一ツ橋書店
- 12) Excel で学ぶ統計解析、涌井良幸+涌井貞美、ナツメ社
- 13) 附表 t 分布表 Students t distribution

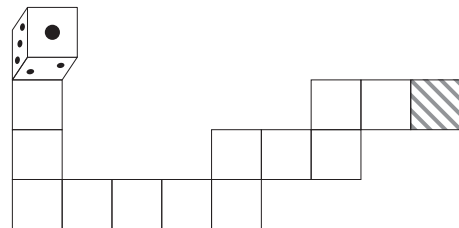
(12 のアンケートの質問項目)

4 択から選ぶ形でアンケートを取った

- (設問 1) 空間の問題を考えることは楽しかったですか。
- (設問 2) 高校で、数学は得意ですか。
- (設問 3) 中学校で、数学は得意でしたか。
- (設問 4) 小学校の時、算数は得意でしたか。
- (設問 5) 保育園・幼稚園の時、積木やブロック遊び、折り紙など空間をイメージする遊びは好きでしたか。
- (設問 6) 空間の問題を解く際、頭の中でイメージして解いていると感じますか。
- (設問 7) 空間の問題を解く力は、算数・数学に結びつく力であると思いますか。
- (設問 8) 空間の問題を解く力は、大切な力であると思いますか。
- (設問 9) 空間の問題を他にも解いてみたいと思いますか。
- (設問 10) 積木の数を数える問題は、どのような方法で数えましたか。



- (設問 11) サイコロを転がす問題は、どのように考えましたか。



- (設問 12) その他、空間の問題について何か考えや感想があれば自由に書いてください。